Número e - Wikipedia, la enciclopèdia lliure

El número *e* pot ser representat com un nombre real en diverses formes: com ara una sèrie infinita, un producte infinit, una fracció continua etc. La principal d'aquestes representacions, particularment en els cursos bàsics de càlcul és el límit:

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n,$$

i també la sèrie:

$$e = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}$$

Aquesta segona expressió la podem inferir de la sèrie de Taylor per a e^x en x=1.

$$e = \frac{1}{0!}+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\cdots+\frac{1}{n!}+\cdots = \sum_{k=0}^{+\infty}\frac{1}{k!}$$

Desenvolupant la potència del binomi indicat més amunt,

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = 1+\frac{n}{1}\frac{1}{n}+\frac{n(n-1)}{1*2}\frac{1}{n^2}+\frac{n(n-1)(n-2)}{1*2*3}\frac{1}{n^3}+\ldots+\frac{1}{n^n}$$

$$= 1+\frac{1}{1!}+\frac{1(1-\frac{1}{n})}{2!}+\frac{1(1-\frac{1}{n})(1-\frac{2}{n})}{3!}+\ldots+\frac{1}{n^n}$$

Si *n* tendeix a infinit, els productes que estan en els numeradors tendeixen a 1, per tant cada terme té de límit $1/k!$, com es volia demostrar.