

Simetria oculta de l'hidrogen 2D

Josep Planelles

25 de gener de 2022

L'equació d'autovalors de l'hidrogen 2D en coordenades polars,

$$\mathcal{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\right) - \frac{\hbar^2}{2mr^2}\hat{L}_z^2 + V(r)$$

és de variables separables. La separació de variables condueix a una equació radial i una equació angular. La part angular és idèntica a la del moviment lliure en un anell, la condició de contorn de la qual introdueix el nombre quàntic m . L'equació radial inclou, per tant, també el número quàntic m . La condició de contorn radial fa aparèixer un altre nombre quàntic $n = 0, 1, 2, 3, \dots$. De manera semblant a l'hidrogen 3D, l'energia però depenen exclusivament del número quàntic n , la resolució de la funció radial introdueix restriccions en el valor m : $|m| \leq n$ i la degeneració resulta ser $2n + 1$. [1] Per tant, com l'hidrogen 3D, presenta també una simetria *oculta*. Hi ha un paral·lelisme absolut amb l'hidrogen 3D, també amb una constant addicional de moviment, l'anàleg 2D del vector de Runge-Lenz. [2]

Una particularització 2D/3D de la projecció estereogràfica 3D/4D del hidrogen 3D, [3] ens permet establir una correspondència entre l'hidrogen 2D i les rotacions lliures sobre una esfera $S^2 \subset \mathbb{R}^3$, cosa que ens permet entendre la degeneració $2n + 1$ amb $n = 0, 1, 2, 3, \dots$, que és precisament la degeneració de les rotacions lliures sobre una superfície esfèrica S^2 en $\mathbb{R}^3$.

Referències

- [1] B. Zaslów and M.E. Zandler, *Am. J. Phys.* 25 (1967) 1118.
- [2] D.G.W. Parfitt and M.E. Portnoi, *J. Math. Phys.* 43 (2002) 4681.
- [3] J. Planelles, *La simetria Oculta*, http://www3.uji.es/~planelle/APUNTS/TGS/SO3_SO4.pdf