4. La Interacción Nuclear

4.1 Introducción

Hemos visto en el capítulo anterior que el núcleo atómico está formado por protones y neutrones situados dentro de un volumen que tiene, típicamente, algunos pocos *fm* de radio. Cabe preguntarse cómo estas partículas, en particular los protones que tienden a repelerse por la interacción Coulombiana, se mantienen ligadas entre sí dentro de un volumen tan pequeño. Claramente esto no puede deberse a la interacción gravitatoria ya que para las masas y distancias en juego ésta es muy débil. Debe existir por lo tanto otra fuerza en la Naturaleza además de las dos interacciones que acabamos de mencionar. Esta interacción debe ser más fuerte que la electromagnética (por lo que se la conoce como "interacción fuerte") y de corto alcance ya que sólo actúa a distancias nucleares. En este capítulo describiremos las características de esta interacción.

Es claro que para estudiar un nuevo fenómeno conviene comenzar por la situación más sencilla en que el mismo tiene lugar. Para el caso de la interacción nuclear esto ocurre cuando hay solamente dos nucleones presentes. Existen dos situaciones de este tipo, a partir de las cuales se puede obtener información de la interacción nuclear: (1) cuando dos nucleones están ligados entre sí, como en el deuterón; (2) en las colisiones entre dos nucleones, o sea en los llamados procesos de dispersión nucleón-nucleón. Para comprender cómo es que se obtiene dicha información nos referimos al caso del átomo que hemos tratado en el Cap. 2. En dicho caso sabemos que los electrones están ligados al núcleo debido a la interacción electromagnética. Sin embargo, si *no* lo supiéramos deberíamos recurrir al análisis de las dos situaciones antes mencionadas para saber como es la interacción. Lo análogo de (1) sería utilizar el conocimiento de los niveles del átomo de hidrógeno. Asumiendo que conocemos las ecuaciones de la mecánica cuántica probaríamos con distintos potenciales de interacción hasta encontrar aquél que dé el espectro de energías correcto. Lo análogo de (2) sería hacer el equivalente de la dispersión de Rutherford. Es decir, enviar electrones de suficiente energía sobre láminas delgadas y observar cómo se reflectan. Luego habría que ir proponiendo distintos potenciales, calcular las correspondientes secciones eficaces y compararlas con el resultado experimental hasta obtener un buen acuerdo. Por lo tanto, es de esperar que estudiando los niveles de energía del sistema de nucleones ligados y midiendo la sección eficaz de dispersión nucleón-nucleón sea posible determinar la naturaleza de la interacción nuclear.

4.2 La interacción nuclear a partir del sistema ligado de dos nucleones.

4.2.1 Rango e intensidad de la interacción.

El único estado ligado de dos nucleones que se encuentra en la Naturaleza es el deuterón, el cual consiste de un neutrón y un protón. Las otras dos posibles configuraciones, es decir el di-neutrón y el di-protón, no dan lugar a estados ligados. Como veremos, esto de por sí ya provee una información útil. Por otra parte estudios detallados del deuterón revelan que éste no tiene estados excitados que no separen rápidamente en un neutrón y un protón. Es decir, que entre todos los estados posibles de dos nucleones hay solamente un estado ligado: el estado fundamental del deuterón. Esta situación es muy distinta de la del átomo de hidrógeno donde, como se mencionó en el Cap. 1, existe un número infinito de estados ligados.

La energía del estado fundamental del deuterón puede determinarse, por ejemplo, a partir de experimentos en los cuales se hace incidir neutrones de baja energía sobre un material que contiene hidrógeno, como parafina. Los neutrones incidentes son capturados por los protones del blanco dando lugar a la formación de núcleos de deuterio. En este proceso se libera energía en forma de radiación γ. Midiendo la energía de los rayos γ emitidos se puede determinar en forma sencilla la energía de ligadura del deuterón. El resultado experimental es $E_d = 2.23\, MeV$. Por otro lado a través de los experimentos de dispersión de electrones mencionados en el Cap. 3 es posible determinar el radio cuadrático medio del deuterón. Se encuentra que la distancia cuadrática media neutrón-protón en el estado fundamental del deuterón $|\, d >$ es $r_d = \sqrt{< d \,|\left(\left|\vec{r}_p - \vec{r}_n\right|\right)^2 |\, d >} = 4.2\ fm$.

Veamos ahora como estudiar el deuterón desde el punto de vista teórico. Si suponemos que la interacción entre los nucleones es independiente del tiempo este problema consiste en dos cuerpos (un neutrón y un protón) interactuando por medio de un potencial $V\ (\vec{r}_p - \vec{r}_n)$. Es bien conocido de la mecánica clásica que mediante un cambio de coordenadas el problema de dos cuerpos se puede separar en dos problemas independientes. Uno corresponde al movimiento de traslación libre del centro de masa. El otro consiste en el de un cuerpo de masa reducida μ dada por

$$\mu = \frac{M_p\, M_n}{M_p + M_n} \tag{4.1}$$

moviéndose en el potencial $V(\vec{r})$, donde $\vec{r}$ para la coordenada relativa $\vec{r} = \vec{r}_p - \vec{r}_n$.

Comenzaremos por asumir que el potencial tiene la forma más sencilla que podemos imaginar. Para un potencial de corto alcance esto corresponde a un pozo cuadrado esférico con radio R y profundidad V_0. Tratándose de un potencial con simetría esférica es posible reducir el problema tridimensional al de uno unidimensional con un potencial efectivo dado por $V_{eff}\ (r) = V_{pc}(r) + \left(\hbar^2 / 2\mu\right) l(l+1)/r$ donde $r = |\vec{r}\,|$ y $V_{pc}(r)$ es

$$V_{pc}\left(r\right) = \begin{cases} -V_0 & , \quad 0 \le r \le R \\ 0 & , \quad r \ge R \end{cases} \tag{4.2}$$

Por lo dicho anteriormente en el estudio del deuterón sólo estamos interesados en el estado más bajo de energía del sistema, que debe tener l = 0. Por lo tanto en este caso $V_{eff}^0\ (r) = V_{pc}(r)$. Este potencial se ilustra en la Fig.4.1.a.

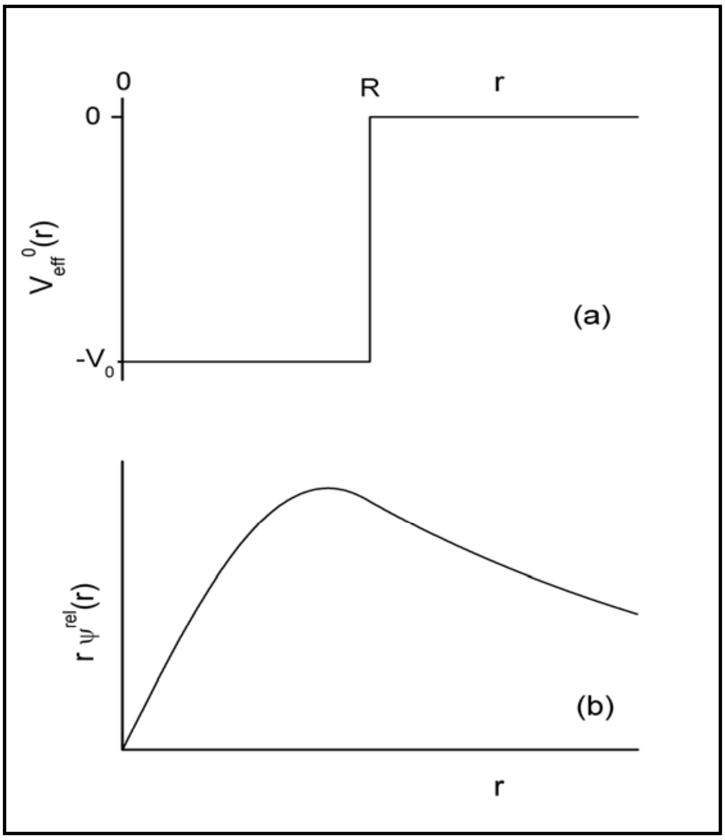

Fig. 4.1: (a) Potencial efectivo correspondiente a un pozo cuadrado de profundidad V_0 y ancho R. (b) Función de onda correspondiente.

De los cursos elementales de mecánica cuántica sabemos que la correspondiente función de onda esta dada por

$$\psi^{rel}(r) = \begin{cases} \dfrac{A \sin kr}{r} & , \quad 0 \le r \le R \\ \dfrac{B\, e^{-\kappa r}}{r} & , \quad r \ge R \end{cases} \tag{4.3}$$

donde

$$k = \sqrt{\frac{2\mu(V_0 - E)}{\hbar^2}} \qquad \text{y} \qquad \kappa = \sqrt{\frac{2\mu\, E}{\hbar^2}} \tag{4.4}$$

Esta función de onda se ilustra en la Fig.4.1.b. Para el caso del deuterón los valores de $\mu \approx M_p/2$ y $E=E_d$ son conocidos por lo que también lo es el de κ. Por otro lado de las condiciones de continuidad de ψ y ψ' en $r = R$ se obtiene que

$$\cot k\,R = -\frac{\kappa}{k} \tag{4.5}$$

$$B = A\, e^{\kappa R} \sin k\,R \tag{4.6}$$

Conociendo el valor de κ, la Ec. (4.5) proporciona una relación entre R y V_0. Es decir si supiéramos el valor de R podríamos calcular el de V_0 y viceversa. Para obtener una segunda relación que nos permita determinar ambos valores en forma unívoca se puede utilizar la condición de normalización de la función de onda

$$A^2 \int_0^R dr \sin^2 k\, r + B^2 \int_R^\infty dr\, e^{-2\kappa r} = 1 \tag{4.7}$$

junto con la Ec. (4.6) y la ecuación para el radio cuadrático medio

$$r_d^2 = \left\langle r^2 \right\rangle = A^2 \int_0^R dr\, r^2 \sin^2 kr + B^2 \int_R^\infty dr\, r^2\, e^{-2\kappa r} \tag{4.8}$$

Conociendo el valor de r_d, este conjunto de tres ecuaciones nos proporciona una segunda relación entre R y V_0. Junto con la Ec. (4.5) esta segunda relación da lugar a un sistema de dos ecuaciones para las cantidades R y V_0. Resolviendo este sistema para $E_d = 2.23\, MeV$ y $r_d = 4.2\, fm$ se obtiene $R = 2.4\, fm$ y $V_0 = 27$ MeV. Este valor de R nos proporciona una primera estimación del rango de la fuerza nuclear, es decir que es de corto alcance. Por otra parte, vemos que en verdad V_0 es mucho mayor que el potencial coulombiano, que es del orden de menos de 1 MeV para esas distancias. Finalmente, vemos también que $V_0 >> E_d$ por lo que el deuterón esta apenas ligado.

4.2.2 Rol del espín.

El momento angular total $\vec{J}$ del sistema de dos nucleones esta dado por la suma del momento angular orbital $\vec{L}$ y el espín $\vec{S}$,

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \tag{4.9}$$

Si se asume que el potencial de interacción es puramente radial, siendo el único estado ligado del deuterón el estado fundamental, éste debe tener $l=0$. Dado que tanto el neutrón como el protón tienen espín ½ resulta que dicho estado puede tener, en principio, dos valores distintos de momento angular total

$$\vec{J} = \vec{S} = \vec{s}_p + \vec{s}_n = 0,\ 1 \tag{4.10}$$

Experimentalmente, sin embargo, se encuentra que el único estado ligado del deuterón tiene $J_d = 1$. Si la única componente de la interacción nuclear es la descripta en la subsección anterior esto resulta muy difícil de comprender. De la solución general del problema del pozo cuadrado en mecánica cuántica se sabe que los estados con impulso angular $l > 0$ y/o número cuántico radial $n > 1$ tienen una energía considerablemente mayor que el estado fundamental. Dado que para el deuterón éste está apenas ligado no resulta extraño que dichos estados no estén ligados. Sin embargo, la situación para el estado $J_d = 0$ es distinta. Dicho estado tiene los mismos números cuánticos $(l\ , n)$ que el estado fundamental. Por lo tanto, dado que no hay nada en el potencial V_{pc} de la Ec.(4.2) que dependa del espín S, también debería estar ligado lo cual está en contradicción con la evidencia experimental. Experimentos de dispersión muestran que el estado $J_d = 0$ no esta ligado por sólo $60\ keV$. La única manera de explicar estos resultados es que, además de la componente discutida en la subsección anterior, la interacción nuclear debe tener una contribución que depende explícitamente del espín. Es decir, una componente que haga que la energía de un estado sea diferente según los espines de los dos nucleones sean paralelos o son anti-paralelos. La forma que debe tener dicha componente del potencial nuclear es

$$V_{ss}(\vec{r}) = \hat{V}_{ss}(r)\ \ \vec{S}\cdot\vec{S} \qquad (4.11)$$

Concluimos por lo tanto que, a diferencia de las interacciones coulombiana y gravitatoria, la interacción nuclear depende no sólo de la separación entre los nucleones sino también de ciertos números cuánticos intrínsecos de los mismos.

4.2.2 Rol del "Principio de exclusión de Pauli".

Nos referiremos ahora a la cuestión de porqué el sistema de dos protones (o dos neutrones) no tiene estados ligados. En un primer momento se podría pensar que esto implica que la interacción nuclear entre dos nucleones de un mismo tipo es diferente de la que existe entre un protón y un neutrón. Es decir que así como acabamos de ver que la interacción nuclear depende de los espínes de los nucleones también depende de la carga de los mismos. Sin embargo, veremos en lo que sigue que esto no es así.

En física cuántica, toda la información acerca de un sistema está contenida en su función de onda. Si dicho sistema está formado por partículas idénticas la función de onda debe ser tal que las mismas sean completamente indistinguibles entre sí. Para el caso particular de un sistema de dos partículas idénticas 1 y 2, como p. ej. dos protones, esto implica que la distribución de probabilidad $|\psi(1,2)|^2$ debe ser igual a $|\psi(2,1)|^2$. Por lo tanto, la función de onda del sistema debe satisfacer

$$\psi(1,2) = \pm\,\psi(2,1) \qquad (4.12)$$

En esta igualdad el signo positivo corresponde a partículas de espín entero (bosones) mientras que el negativo a partículas de espín semientero (fermiones). Ahora bien como en el presente caso las partículas relevantes son los nucleones, que tienen espín ½, debemos considerar el signo negativo. Es decir, que la función de onda del sistema de dos nucleones debe ser antisimétrica ante el intercambio de los mismos. Si estos nucleones son independientes entre sí y sólo consideramos las coordenadas espaciales, la forma explícita de dicha función de onda debe ser entonces

$$\psi(1,2) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\psi_{\gamma}(r_1)\,\psi_{\gamma'}(r_2) - \psi_{\gamma'}(r_1)\,\psi_{\gamma}(r_2)\right] \qquad (4.13)$$

donde γ y γ' representan conjuntos de números cuánticos, como por ejemplo $\gamma=(n,l,m)$. Es evidente que si intercambiamos r_1 y r_2 en la Ec.(4.13) tenemos que $\psi \to -\psi$. Por otro lado, si $\gamma = \gamma'$ entonces $\psi(1,2)=0$. Este último resultado es lo que se conoce como "Principio de exclusión de Pauli" que establece que no es posible poner dos fermiones en un mismo estado.

Ahora bien, para estudiar el caso del sistema de dos nucleones debemos tener en cuenta, además de las funciones de onda espaciales, las funciones de onda de espín.

Recordemos entonces cuales son dichas funciones. Dado que se trata de dos partículas de espín ½ existen cuatro posibles estados que son

$$\left|\uparrow\uparrow\right\rangle \quad , \quad \left|\downarrow\downarrow\right\rangle \quad , \quad \left|\uparrow\downarrow\right\rangle \quad , \quad \left|\downarrow\uparrow\right\rangle \tag{4.14}$$

En los dos primeros casos los dos nucleones están en el mismo estado de espín ya que ambos tienen proyección de espín +1/2 en el primer caso y -1/2 en el segundo. En el tercer caso el nucleón 1 esta en el estado de proyección +1/2 y el nucleón 2 en el de proyección -1/2, mientras que lo opuesto ocurre en el cuarto caso. Es claro que mientras las dos primeras funciones de onda de espín tienen un comportamiento bien definido ante el intercambio de los nucleones 1 y 2, la tercera y cuarta no lo tienen. Sin embargo, es posible definir combinaciones lineales de las mismas que sí lo tengan. En ese caso se pueden clasificar los cuatro posibles estados de espín en tres simétricos dados por

$$\left|1\ 1\right\rangle = \left|\uparrow\uparrow\right\rangle \quad ; \quad \left|1\ 0\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\left|\uparrow\downarrow\right\rangle + \left|\downarrow\uparrow\right\rangle\right] \quad ; \quad \left|1\ \text{-}1\right\rangle = \left|\downarrow\downarrow\right\rangle \tag{4.15}$$

y uno antisimétrico

$$\left|0\ 0\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\left|\uparrow\downarrow\right\rangle - \left|\downarrow\uparrow\right\rangle\right] \tag{4.16}$$

En los miembros izquierdos de las definiciones que aparecen en las Ecs.(4.15) y (4.16) hemos usado la notación $\left|S\ S_z\right\rangle$ ya que las mismas corresponden a los distintos estados posibles de espín total. Notar que para el caso de dos espínes ½ , las funciones de onda con S=1 son simétricas mientras que la que tiene S=0 es antisimétrica.

Teniendo en cuenta tanto la parte espacial como de espín una posible función de onda total para el sistema de dos nucleones es

$$\psi(1,2) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\psi_\gamma(r_1)\,\psi_{\gamma'}(r_2) - \psi_{\gamma'}(r_1)\,\psi_\gamma(r_2)\right] \quad |1\,S_z> \tag{4.17}$$

donde $S_z = 0, \pm 1$. Claramente esta función de onda total satisface el requerimiento de ser antisimétrica ante intercambio de los dos nucleones, ya que la función de onda espacial es antisimétrica y la de espín simétrica. Sin embargo, esta no es la única posibilidad. También la función de onda total

$$\psi(1,2) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\psi_\gamma(r_1)\,\psi_{\gamma'}(r_2) + \psi_{\gamma'}(r_1)\,\psi_\gamma(r_2)\right] \quad |0\,0> \tag{4.18}$$

satisface la condición de antisimetría, ya que este caso la función de onda espacial es simétrica y la de espín antisimétrica. Para analizar cuales son en general las combinaciones de números cuánticos que satisfacen las condiciones de antisimetría para el sistema de dos nucleones conviene reescribir la función de onda espacial en términos de la coordenada relativa y de centro de masa (CM). Es claro que la función de onda correspondiente al CM es simétrica ante intercambio de los nucleones. Por otra parte, la coordenada relativa $\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$ pasa de $\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$ al realizar dicho intercambio, por lo que la función de onda relativa sí puede cambiar. La manera más sencilla de ver cual es ese cambio es escribir dicha función en la base esférica

$$\psi^{rel}_{nlm}(\vec{r}) = f_{nl}\left(r\right) Y_{lm}\left(\theta,\phi\right) \tag{4.19}$$

donde $f_{nl}\left(r\right)$ es la función de onda radial y $Y_{lm}\left(\theta,\phi\right)$ es un armónicos esférico. Ahora bien, es fácil ver que el intercambio $\vec{r} \to -\vec{r}$ implica $\theta \to \pi - \theta$. Por lo tanto, utilizando las propiedades de los armónicos esféricos, resulta que $Y_{lm}\left(\theta,\phi\right) \to (-1)^l\, Y_{lm}\left(\theta,\phi\right)$. En resumen, para funciones de onda espaciales de dos nucleones con momento angular bien definido el intercambio de los mismos produce una fase $(-1)^l$. Por lo tanto, estados con l par son simétricos mientras que estados con l impar son antisimétricos. Combinando estos resultados con lo que se ha visto anteriormente acerca de las funciones de onda de espín, vemos que para nucleones idénticos ocurre que

$$\left.\begin{array}{r} l \text{ par},\;\; S=0 \\ l \text{ impar},\;\; S=1 \end{array}\right\}\text{permitidos} \quad , \quad \left.\begin{array}{r} l \text{ impar},\;\; S=0 \\ l \text{ par},\;\; S=1 \end{array}\right\}\text{prohibidos} \tag{4.20}$$

Es importante recalcar que estas restricciones se aplican sólo para un sistema de dos nucleones *idénticos* (*pp* ó *nn*). Para el sistema *pn* todas las combinaciones están permitidas. Ahora bien, ocurre justamente que el estado fundamental del deuterón (sistema *pn*) tiene l = 0 y S = 1 por lo que dicho estado esta *prohibido* para los sistemas *pp* y *nn*. Recién el primer estado excitado del deuterón, que según hemos visto en la subsección anterior tiene números cuánticos l = 0 y S = 0, está permitido para el di-neutrón o el di-protón. Sin embargo, el mismo no es un estado ligado. Por lo tanto, el hecho de que no haya estados ligados *pp* o *nn* no significa que la interacción nuclear depende de que las partículas sean protones o neutrones, sino que es una consecuencia de la interacción espín-espín y el principio de exclusión de Pauli.

Una manera más formal y elegante de formular estas cuestiones es introducir el concepto de *isospin* $\vec{T}$. Esto se basa en el hecho de que, exceptuando la carga, las propiedades del protón y del neutrón, p.ej. la masa, espín, etc, son prácticamente iguales. Por lo tanto es posible pensar que estas dos partículas son en realidad dos estados posibles de una misma partícula denominada *nucleón*. En analogía con el concepto de espín, se introduce el concepto de isospín, correspondiendo al nucleón el valor de isospin ½. Así, el protón corresponde al estado de proyección de isospín ½ y el neutrón al de proyección – ½ lo que se representa como

$$N = \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} \tag{4.21}$$

Por lo tanto para el sistema de dos nucleones el análogo de isospín de los estados simétricos que aparecen en la Ec.(4.15) es

$$\left|1\;1\right\rangle = \left|pp\right\rangle \quad ; \quad \left|1\;0\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\left|pn\right\rangle + \left|np\right\rangle\right] \quad ; \quad \left|1\;\text{-}1\right\rangle = \left|nn\right\rangle \tag{4.22}$$

mientras que el antisimétrico análogo de la Ec.(4.16) es

$$\left|0\ 0\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\left|pn\right\rangle - \left|np\right\rangle\right] \tag{4.23}$$

Es claro que en las Ecs.(4.22) y (4.23) la notación para los miembros izquierdos de las igualdades corresponde ahora a $|T\,T_z>$. Vemos que, en forma análoga a lo que ocurre con los espines, para el caso de dos isoespines ½ , las funciones de onda con *T=1* son simétricas mientras que la que tiene *T=0* es antisimétrica. Por lo tanto, si tratamos los protones y neutrones como partículas idénticas, y agregamos en consecuencia a la función de onda total una componente de isospín, es fácil ver que sólo las siguientes combinaciones de números cuánticos del sistema de dos nucleones están permitidas por el "Principio de exclusión de Pauli"

$$\begin{gathered} l \text{ par, } S=1, T=0 \\ l \text{ par, } S=0, T=1 \\ l \text{ impar, } S=0, T=0 \\ l \text{ impar, } S=1, T=1 \end{gathered} \tag{4.24}$$

Dado que según hemos visto el estado fundamental corresponde a l=0, S=1 resulta que el estado de isospín debe ser T=0, estado que sólo contiene la combinación antisimétrica de protón-neutrón. Recién el estado no ligado l=0, S=0 admite T=1 y por lo tanto estados *pp* o *nn*.